findet, ist der Bezug zu Anwendungen in den im Titel angesprochenen Fachrichtungen. Dennoch ein empfehlenswertes Lehrbuch.

G. Karigl (Wien)

A. Papadopoulos: Metric Spaces, Convexity and Nonpositive Curvature. (IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics 6.) EMS, Zürich, 2005, XI+287 S. ISBN 3-03719-010-8 P/b € 48,–.

Dieser Band im Lecture Notes-Format ist eine sorgfältig erarbeitete Monographie über einen großen Teilbereich der Theorie der metrischen Räume. Die Namen großer Mathematiker, auf die sich das Werk bezieht, beginnen bei Hadamard und führen über die wichtigen Beiträge von Menger und Wald zu Busemann und Alexandrov.

Kernthema ist der Aufbau von Begriffen der Konvexität und nichtpositiven Krümmung auf allgemeinen metrischen Räumen, ohne unmittelbare Verwendung von analytischer Geometrie. Die wesentlichen Grundlagen werden in den ersten vier der insgesamt 12 Kapitel erarbeitet. In *Kapitel 1* geht es um die Bogenlänge (Länge rektifizierbarer stetiger Kurven). In *Kapitel 2* werden zunächst Längenräume (‘length spaces’) beschrieben: die Metrik wird durch das Infimum über die Bogenlängen reproduziert. Geodästsche metrische Räume haben die zusätzliche Eigenschaft, dass je zwei Punkte durch einen geodätischen (kürzesten) Weg verbunden sind. In diesen Räumen kann man Konvexität im Sinne von Menger betrachten, d.h., Existenz eines Mittelpunktes zwischen je zwei Punkten. In *Kapitel 3* werden Resultate über verschiedene Klassen von Abbildungen zwischen metrischen Räumen präsentiert: Lipschitz-Abbildungen, nicht-expandierende und nicht-kontrahierende Abbildungen, lokale Isometrien und Überlagerungen. *Kapitel 4* beschreibt Abstände zwischen Mengen in metrischen Räumen: Hausdorff-Abstand und Busemann-Hausdorff-Abstand, Metriken in der Isometriegruppe.

In den nächsten drei Kapiteln geht es um „traditionelle“ Konvexität in Vektorräumen. *Kapitel 5* beschreibt die klassische affine Konvexität, konvexe Hülle, sowie Konvexität in normierten Räumen. (Jeder metrische Raum kann in einen normierten Raum isometrisch eingebettet werden.) Ein kurzer Absatz beschreibt Konvergenz konvexer Hüllen in der Hausdorff-Metrik, danach folgt Minkowskis Konstruktion der Norm, die durch eine beschränkte, konvexe Umgebung des Nullelements induziert wird. Der letzte Absatz enthält eine detaillierte Ausarbeitung der Hilbert-Metrik eines beschränkten konvexen Körpers. *Kapitel 6* beinhaltet eine Kurzdarstellung der klassischen Theorie konvexer Funktionen auf konvexen Mengen, und in *Kapitel 7* werden strikt konvexe normierte Vektorräume charakterisiert.

Auf der soliden Basis dieser ersten beiden Teile baut der Autor nun den fortgeschrittenen Stoff auf. Busemann-Räume sind geodätische metrische Räume, in denen die Abstandsfunktion zwischen zwei geodätischen Segmenten, als Funktion zweier reeller Parameter, konvex ist. Die vielen interessanten Eigenschaften dieser

Räume werden in *Kapitel 8* präsentiert. Ein metrischer Raum heißt lokalkonvex, wenn jeder Punkt eine Umgebung hat, die ein Busemann-Raum ist *(Kapitel 9)*. In einem solchen Raum kann man den „Tangentenraum” eines Punktes als die Menge der in diesem beginnenden lokalen geodätischen Segmente definieren. Die „Exponentialabbildung” ordnet jedem solchen Segment den Endpunkt zu. Kern von *Kapitel 9* ist die Verallgemeinerung des Cartan-Hadamardschen Satzes: wenn der metrische Raum vollständig, geodätisch, lokalkompakt und lokalkonvex ist, so definiert die Exponentialabbildung eine universelle Überlagerung. *Kapitel 10* enthält eine kurze Darstellung des idealen Randes eines Busemann-Raumes im Unendlichen. Dieser ist durch Äquivalenzklassen von geodätischen Halbstrahlen gegeben, wobei „Äquivalenz” endlichen Hausdorff-Abstand bedeutet. Isometrien von metrischen Räumen, insbes. Busemann-Räumen, werden in *Kapitel 11* untersucht und in elliptisch/parabolisch/hyperbolisch klassifiziert. Das abschließende *Kapitel 12* ist dem wieder sehr aktuellen Thema der Busemann-Funktion bezüglich einem geodätischen Strahl und den zugeordneten Horosphären gewidmet.

Das rein mathematische Material wird ergänzt durch eine ausführliche historische Einleitung, in der der Einfluss der am Beginn dieser Rezension genannten Persönlichkeiten auf den behandelten Themenkreis gewürdigt wird. Jedes Kapitel schließt mit speziellen ‘Notes’ ab, in denen die entsprechenden Literaturquellen und die Entwicklung der Hauptsätze beschrieben werden.

Dieser Band ist verdient große Beachtung und hat den längerfristigen Wert einer klaren monographischen Darstellung. Es wäre wünschenswert, in einer Vorlesung nach diesem Buch auch eine kritische Masse an interessierten Studentinnen und Studenten für diesen schönen Stoff begeistern zu können.

W. Woess (Graz)

S. Roman: Introduction to the Mathematics of Finance. From Risk Management to Options Pricing. With 55 Figures. (Undergraduate Texts in Mathematics). Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 2004, XV+354 S. ISBN 0-387-21375-9 H/b, ISBN 0-387-21364-3 P/b € 49,95.

Das vorliegende Buch bietet, wie schon aus dem Titel erkenntlich, eine gute Einführung in die Finanzmathematik, wobei hier viele verschiedene Aspekte beleuchtet werden.

Zwischen den einzelnen Kapiteln finden sich immer an der richtigen Stelle Wiederholungen zu Grundlagen der diskreten und stochastischen Wahrscheinlichkeitstheorie, die dann in der Finanzmathematik Anwendung finden. Das Buch beginnt mit dem Capital Asset Pricing Model, einem klassischen Portfolio-Modell, das in vielen Unternehmen verwendet wird und normalerweise hauptsächlich in betriebswirtschaftlicher Literatur aufscheint. Danach folgen Basics zu Optionen und ein erster Vorgeschmack auf den Begriff der Arbitrage. Nach Grundlagen zu diskreten Modellen folgt das Cox-Ross-Rubinstein-Modell etwas ausführlicher. Schließlich wird zum stochastischen Teil mit sehr guten Ausführungen zum